БОЖЕСТВЕННАЯ ПРОПОРЦИЯ
Трифонов Олег



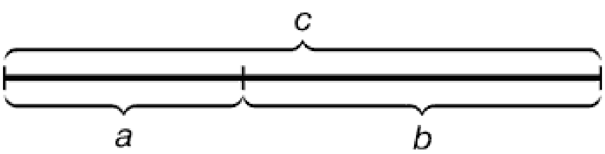

Задавали ли вы когда-нибудь вопрос: почему произведения выдающихся художников, скульпторов, архитекторов столь привлекательны для человеческого глаза? Взираем ли мы на стены Сикстинской капеллы, расписанные Микеланджело, рассматриваем ли постройки древнегреческих городов или незамысловатой формы пирамиды древнего Египта… Какими бы разными ни были стили и формы этих произведений, все они, бесспорно, вызывают у человека чувство восхищения.

Как ни странно, но всякую привлекательность можно объяснить с научной точки зрения. В основе всех знаменитых произведений искусства лежит принцип так называемого *золотого сечения*, или *божественной пропорции* – высшего проявления структурного совершенства целого во множестве составляющих его частей. Именно он придаёт творениям рук человека особую привлекательность, вызывая ощущение красоты и гармонии.

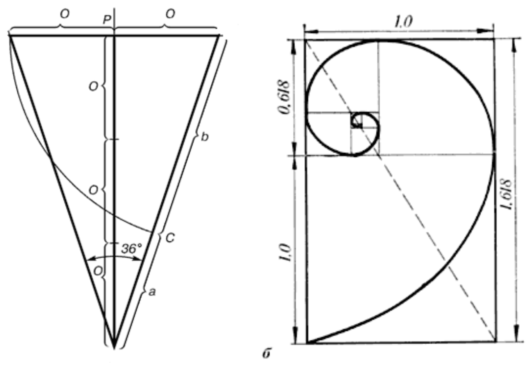
В математике золотым сечением называют такое деление целого на две неравные части, при котором большая часть так относится к меньшей, как целая – к большей. Самой простой фигурой, которую можно разделить по пропорции золотого сечения является прямая. Пусть АВ – это отрезок прямой длиной равной (1), который точкой С нужно разбить на две части по пропорции золотого сечения. Длину большей части отрезка обозначим через (х), тогда меньший отрезок будет равен (1-х). В этом случае пропорция приобретает вид: $\frac{x}{1-x} = \frac{1}{x}$.

Решая это уравнение находим, что $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2} =$ 0,618…. Следовательно, 1-х = 0,382….

Таким образом, части золотого сечении составляют 61,8% и 38,2% всего отрезка, а пропорция приобретает вид: 0,618:0,382=1:0,618=1,618.



Числа 0,618… (τ) и 1,618… (ϕ) называют числами золотого сечения. На основании данный пропорции можно построить множество геометрических фигур золотого сечения: золотой прямоугольник, треугольник, кубоид, золотую спираль… Некоторые геометрические фигуры так или иначе «обладают» золотым сечением. Например, в звёздчатом пятиугольнике каждая из пяти линий составляющих эту фигуру делит пересекающуюся с ней в отношении золотого сечения. Наблюдения показали, что те фигуры в построении которых лежит принцип золотого сечения эстетически воспринимаются лучше и более привлекательны.



Фигуры золотого сечения: золотой треугольник (остроугольный), золотой прямоугольник золотая спираль.

Сам по себе числа золотого сечении уникальны. τ – это единственное число, которое при обращении становится на единицу больше самого себя, т.е. 1/0,618…=1,618… Даже такое значительное преобразование, как возведение в степень не уничтожает сущности этих чисел:

$$\phi^2 = \phi + 1;\ \phi^2 - \phi = 1;\ \frac{1}{\phi^2} + \frac{1}{\phi} = 1;\ \phi + \frac{1}{\phi^2} = 2;\ \phi^2 + \frac{1}{\phi^2} = 3;$$

и т. д. Числа золотого сечения, как и *π* или *е,* являются иррациональными, т.е., затратив всю вечность на их вычисление, мы никогда не узнаем их точного значения. В этом заключается некоторое неудобство. Как, к примеру, построить «золотые» фигуры, если в нашем распоряжении целые составные части? Но и из этой ситуации есть выход. Любое иррациональное число можно выразить через совокупность целых чисел. Число τ можно представить в виде бесконечной цепной дроби:

$$\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}}}$$

Осуществляя последовательные деления мы получим следующий дробный ряд:

$$\frac{1}{1}\ \frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{5}\ \frac{5}{8}\ \frac{8}{13}\ \frac{13}{21}\ \frac{21}{34}\ \frac{34}{55}\ \frac{55}{89}\ \frac{89}{144}$$

Несложно заметить, что в данном ряду числитель каждой последующей дроби равен знаменателю предыдущей, а каждое последующее число числителя (знаменателя) равно сумме двух предыдущих. В общей сложности мы имеем два практически идентичных числовых ряда:

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144 …

Леонардо Фибоначчи

Этот ряд чисел называют последовательностью Фибоначчи*, а составляющие его числа – *числами Фибоначчи* (Fn). Деление каждого числа этой последовательности на следующее за ним, начиная с третьего, даёт число, приближенное к золотому сечению τ (0,618…), а обратное деление приближает нас к числу ϕ (1,618…). Таким образом, числа Фибоначчи – это числа, которые можно разделить на две целые части с хорошим приближением к золотому сечению (золотое сечение числа 8 – 3 и 5; 21 – 8 и 13 и т. д.).

Числовой ряд Фибоначчи, как и само золотое сечение, широко применяется в искусстве, архитектуре, технике, информационных технологиях и даже металлургии (например, при создании сплавав)**.

---

* Леонардо Фибоначчи (1180-1240) – знаменитый итальянский математик, автор «Книги об абаке (счётной доске)» (1202), в которой были собраны почти все арифметические и алгебраические сведения того времени. На одной из страниц своей книги Фибоначчи поместил задачу: *«Сколько пар кроликов родится от одной пары в течение года, если природа кроликов такова, что через месяц пара кроликов производит на свет другую пару, а рождают кролики со второго месяца после своего рождения».*

Решив эту задачу мы получим следующий ряд цифр:

Месяц	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	и т.д.
Пары кроликов	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	и т.д.

Хотя эта задача не связана с золотым сечением, однако полученный Фибоначчи числовой ряд полностью совпадает с арифметическим рядом золотого сечения, потому и носит его имя. С помощью чисел Фибоначчи в настоящее время решается множество кибернетических задач (теории поиска, игр, программирования). В США создана Математическая Фибоначчи-ассоциация, которая с 1963 г. выпускает журнал «The Fibonacci Quarterly».

** Принято считать, что понятие о золотом сечении ввел в научный обиход Пифагор (VI в. до н.э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого сечения позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамид, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого сечения при их создании.

Зодчий Хесира, изображенный на рельефе деревянной доски из гробницы его имени, держит в руках измерительные инструменты, в которых зафиксированы пропорции золотого сечения.

В дошедшей до нас античной литературе золотое сечение впервые упоминается в "Началах" Евклида (III в. до н. э.). Во 2-й книге "Начал" дается геометрическое построение золотого сечения. После Евклида исследованием золотого сечения занимались Гипсикл (II в. до н.э.), Папп (III в. н.э.) и др. Секреты золотого сечения ревностно оберегались, хранились в строгой тайне, да и известны они были только посвящённым.

В эпоху Возрождения усиливается интерес к золотому сечению среди учёных и художников в связи с его применением как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре. В 1509 г. в Венеции была издана книга крупнейшего итальянского математика Луки Пачоли "Божественная пропорция", в которой он привёл 13 свойств золотого сечения. Иллюстрировал книгу сам Леонардо да Винчи, он же был и инициатором её написания.

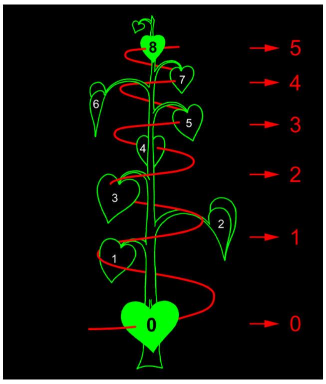
После эпохи Ренессанса интерес к золотому сечению на значительное время прервался, и в течение более 200 лет эта пропорция была предана забвению. Лишь в конце XIX – начале XX вв. появились публикации, в которых золотое сечение впервые было установлено во многих явлениях и закономерностях биологических объектов. Г. Фехнер установил связь между психофизическим восприятием человека и “золотыми” формами предметов. Т. Кук показал, что феномен роста в биологических объектах связан со спиралями золотого сечения. Интересные исследования об использовании золотой пропорции в шедеврах музыки, живописи и

Как бы это не показалось странным, но при изучении объектов природы, начиная с мельчайших бактерий и оканчивая космическими телами, выяснилось, что в их строении, как и в произведениях художников, скульпторов и архитекторов, заложен принцип золотого сечения.

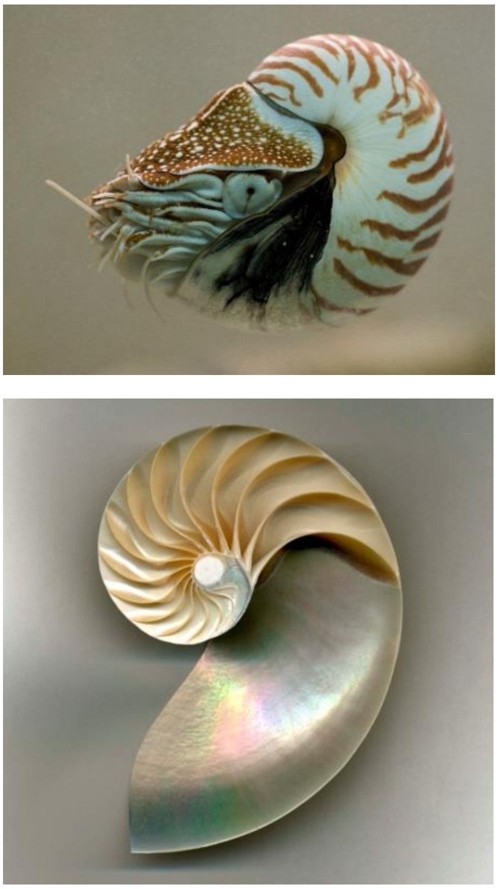
.

Соцветие подсолнуха образует 34 спиральных ряда цветков по часовой стрелке и 55 – против.

Возьмём, к примеру, соцветие подсолнуха. Если внимательно рассмотреть расположение цветков в корзинке, то несложно заметить, что все они собраны в спиралевидные ряды. Если посчитать количество рядов, то их окажется 34 в направлении по часовой стрелке и 55 ряда в обратном направлении или 55 и 89 (в зависимости от размера соцветия). Число спиралей, образованных чешуями сосновой шишки, равно 8 и 13 или 13 и 21. Все эти числа являются числами Фибоначчи. С тем же явлением мы сталкиваемся, изучая распределение листьев на стебле растений. Если листья расположены поочерёдно, то их основания образуют вдоль стебля спираль. Количество листьев, приходящееся на целое число оборотов спирали, также соответствует числовому ряду Фибоначчи[147]. Так, у липы, вяза, бука, злаков листорасположение* описывается формулой 1/2 (т.е. на один оборот спирали приходится 2 листа), у ольхи, орешника, винограда, осоки – 1/3, у дуба, вишни – 2/5, у малины, груши, тополя, барбариса – 3/8, у миндаля, облепихи – 5/13, у льна – 8/21. Этому правилу подчиняется более 90% растений.



Листорасположение этого растения соответствует формуле 5/8, т.е. на 5 оборотов спирали приходится 8 листьев.



Моллюск наутилус и его раковина в разрезе, представляющая собой идеальную логарифмическую спираль.

Если взглянуть на спиралевидные раковины моллюсков, начиная от самых мелких и кончая огромными ископаемыми аммонитами, то можно заметить, что построены они по пропорции золотого сечения. Раковины некоторых современных моллюсков, например наутилуса, представляют собой практически идеальную логарифмическую спираль.

Золотое сечение проявляется и в мире наземных животных. Тело стрекозы состоит из 3 отделов: головы, туловища и брюшка. Брюшко разбито на 5 сегментов, а хвост состоит из 8 частей. Сюда ещё необходимо добавить 3 пары ног с их членением на 3 части. Нетрудно увидеть в этой последовательности членения целого на части развёртывание ряда чисел Фибоначчи. Длина хвоста, корпуса и общая длина стрекозы связаны между собой золотой пропорцией: отношение длин хвоста и корпуса равно отношению общей длины к длине хвоста. Неудивительно, что стрекоза выглядит столь совершенной, ведь она создана по законам золотой пропорции.

И всё же вершиной воплощения пропорции золотого сечения по праву считается тело человека. «Человеческое тело – лучшая красота на земле», – писал Н. Чернышевский. В середине XIX в. немецкий исследователь золотого сечения, профессор А. Цейзинг опубликовал свой знаменитый труд «Эстетические исследования». Цейзинг проделал колоссальную работу: он измерил около двух тысяч человеческих тел и

поэзии были проведены в России и СССР Э. Розеновым, Л. Сабанеевым, Г. Церетели, М. Марутаевым, Н. Васютинским. Выдающийся французский архитектор Ле Корбюзье положил золотое сечение в основу своей теории гармонизации в строительстве, известную под названием система "Модулор". Н. Воробьев показал связь золотого сечения с теорией возвратных рядов, комбинаторной математикой, теорией чисел, геометрией, теорией поисков.

* Закономерности распределения листьев, чешуек, цветков, почек и т.д. называются *филлотаксисом.*

пришёл к выводу, что среднестатистически части тела связаны друг с другом параметрами золотого сечения, причём пропорции мужского тела ближе к золотому сечению, чем женского. Вот несколько основных золотых пропорций нашего тела:

- расстояние от кончиков пальцев до запястья и от запястья до локтя равно 0,382:0,618;
- расстояние от макушки головы до уровня плеча и от макушки головы до пояса (точки пупка) равно 0,382:0,618;
- расстояние от макушки головы до пояса и от пояса до ступней равно 0,382:0,618;
- расстояние от коленей до ступней и от коленей до пояса равно 0,382:0,618;
- расстояние от ступней до пальцев рук и от пальцев рук до макушки равно 0,382:0,618;
- расстояние от бровей до макушки и от бровей до кончика подбородка равно 0,382:0,618;
- расстояние от ноздрей до губ и от губ до подбородка равно 0,382:0,618.

«Божественные пропорции» человеческого тела лежат в основе бессмертных творений выдающихся скульпторов Фидия, Поликлета, Мирона, Леохара, считающихся эталонами красоты и образцами гармоничного телосложения. И не случайно величину золотой пропорции принято обозначать буквой φ, в честь выдающегося скульптора Фидия.

Золотое сечение можно обнаружить и в космосе, в частности, в закономерностях движения планет Солнечной системы и даже в строении почвенного покрова и вещественного состава почв.

В древние времена, когда в мире господствовало религиозное мышление, существование божественной пропорции оценивалось как само собой разумеющееся явление. Но с приходом материализма, рассматривающего мир как игру случая, золотое сечение попало в разряд загадочных и необъяснимых явлений.

Эволюционная теория Дарвина оказалась не в состоянии объяснить, почему весь мир подчинён определённым критериям красоты и гармонии. «Филлотаксис не имеет адаптивного значения, – пишет российский учёный-эволюционист Д. Гродницкий, – независимо от условий произрастания все варианты расположения листьев селективно нейтральны».

В настоящее время понятия о золотом сечении исключены из школьных программ, хотя величайший учёный И. Кеплер называл золотое сечение и теорему Пифагора – двумя сокровищами геометрии. И если теорему Пифагора он сравнивал с золотом, то золотое сечение с драгоценным камнем.

Во все времена этот драгоценный камень неоспоримо свидетельствует, что Вселенная имеет разумное начало, а красота природы – понятие вполне объективное. Наш мир подчинён не только законам физики, химии…, но и законам гармонии и красоты.